

Programmierung von CAx-Systemen

David Straub

Gliederung

1. Einführung
2. **Topologie**
3. Geometrie
4. Modellierungsstrategien
5. Datenaustausch
6. Simulation
7. Optimierung
8. Fertigung

Topologie

- Geometrie vs. Topologie
- Einstieg: Ein konkreter Körper
- Topologische Grundelemente
- Hierarchie und Konnektivität
- Orientierung
- B-Rep als Industriestandard
- Topologie in build123d

Geometrie vs. Topologie

Was ist der Unterschied?

Topologie beschreibt die **Struktur** eines Körpers: - Wie viele Flächen, Kanten, Ecken hat er? - Wie sind diese miteinander verbunden? - Welche Elemente begrenzen welche anderen?

Geometrie beschreibt die **Form** im Raum: - Wo liegen die Punkte (Koordinaten)? - Welche mathematische Kurve/Fläche liegt zugrunde? - Krümmung, Länge, Flächeninhalt

B-Rep = Topologie + Geometrie: Die Topologie liefert das Gerüst, die Geometrie füllt es mit konkreter Form.

Beispiel: Würfel vs. Quader

Beide haben dieselbe **Topologie**: - 8 Ecken, 12 Kanten, 6 Flächen - Jede Fläche von 4 Kanten begrenzt - Jede Kante von 2 Ecken begrenzt

Aber unterschiedliche **Geometrie**: - Würfel: alle Flächen quadratisch, alle Kanten gleich lang - Quader: Rechteckflächen, unterschiedliche Kantenlängen

→ Gleiche Topologie, verschiedene Geometrie ist möglich!

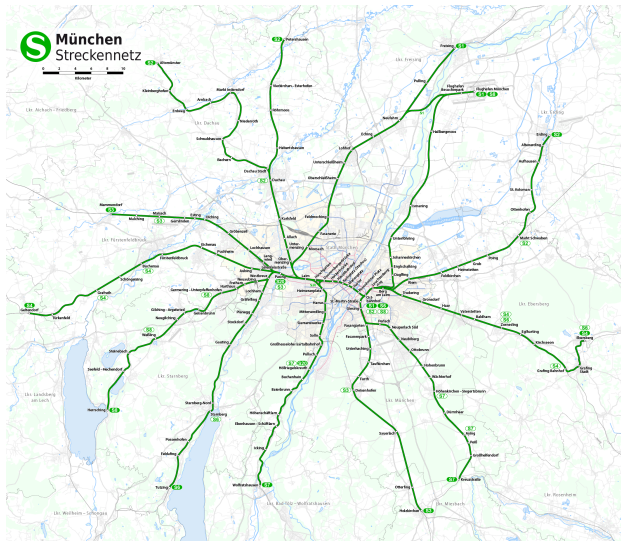
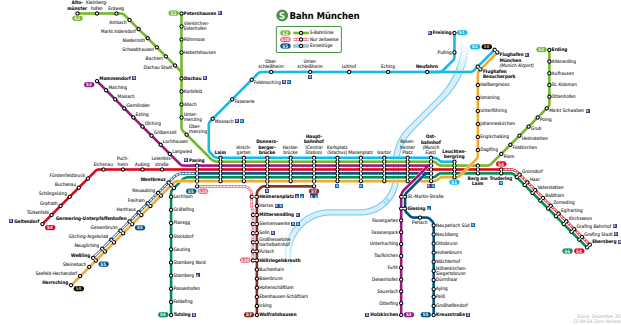
Analogie: S-Bahn-Netz

Netzplan (Topologie): Welche Stationen sind verbunden? Wo muss ich umsteigen?

Geografische Karte (Geometrie): Wo liegen die Stationen genau? Wie lang ist die Strecke in km?

Beide Darstellungen beschreiben dasselbe Netz – aber unterschiedliche Aspekte davon.

→ In CAD: B-Rep trennt genauso **Struktur** (Topologie) von **Form** (Geometrie).



Einstieg: Ein konkreter Körper

Unser erstes Objekt: der Zylinder

```
import build123d as bd

zylinder = bd.Cylinder(radius=10, height=20)
zylinder
```

Ein einfacher Zylinder – aber wie ist er intern aufgebaut?

Topologie inspizieren

```
print(zylinder.show_topology())
```

Ausgabe (vereinfacht):

```
Solid
├─ Shell
│   ├── Face (zylindrische Mantelfläche)
│   ├── Face (untere Kreisfläche)
│   └─ Face (obere Kreisfläche)
│       ├── Wire
│       │   └─ Edge (Kreisbogen)
│       ...
```

→ Drei Flächen, jede durch Kanten begrenzt, Kanten durch Ecken.

Elemente zählen

```
print("Solids: ", len(zylinder.solids()))
print("Shells: ", len(zylinder.shells()))
print("Faces: ", len(zylinder.faces()))
print("Wires: ", len(zylinder.wires()))
print("Edges: ", len(zylinder.edges()))
print("Vertices:", len(zylinder.vertices()))
```

Ergebnis:

Solids: 1
Shells: 1
Faces: 3
Wires: 3
Edges: 3
Vertices: 2

→ Warum nur 2 Ecken? Warum nur 3 Kanten?

Anatomie des Zylinders

Solid

└─ Shell

├─ Face: Mantel (Zylinderfläche) – 1 Kante (Seam-Kante)
├─ Face: Boden (Kreisfläche) – 1 Kante (Kreis)
└─ Face: Deckel (Kreisfläche) – 1 Kante (Kreis)

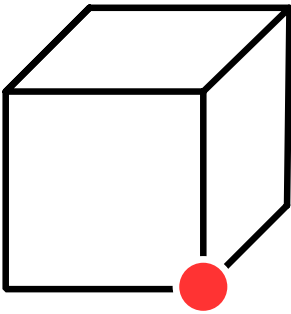
- Die Kreiskanten (Boden, Deckel) teilen sich je **einen Vertex** mit der Mantelkante
- Die Mantel-Kante ist eine **Nahtkante** (seam edge)
- Kanten werden zwischen Flächen **geteilt** – nicht dupliziert!

Topologische Grundelemente

Vertex – der Punkt

- Nulldimensionales Element
- Repräsentiert einen **Punkt** im Raum
- Geometrie: ein 3D-Punkt (x, y, z)
- Begrenzungselement von Kanten

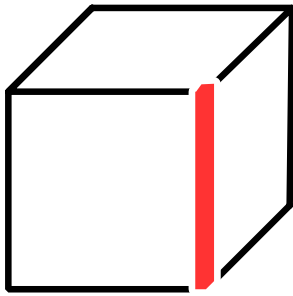
```
v = zylinder.vertices()[0]
print(type(v))          # <class 'build123d.topology.zero_d.Vertex'>
print(v.center())      # Position im Raum
```



Edge – die Kante

- Eindimensionales Element
- Ein **Kurvenstück**, begrenzt durch Vertices
- Geometrie: eine parametrische Kurve (Linie, Kreis, Spline, ...)

```
kanten = zylinder.edges()
for k in kanten:
    print(k.geom_type) # CIRCLE oder LINE oder ...
    print(k.length)
```

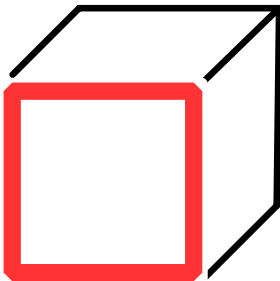


Wire – der Kantenzug

- Geordnete, zusammenhängende Folge von Edges
- Bildet eine **geschlossene Schleife** (Kontur einer Fläche)
- Kein eigenes geometrisches Objekt – nur eine Anordnung

```
wire = zylinder.faces()[0].wires()[0]
print(len(wire.edges()), "Kanten im Wire")
```

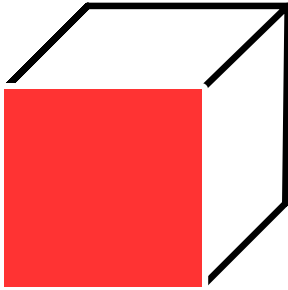
→ Flächen können mehrere Wires haben: **äußere Kontur** + **innere Löcher**



Face – die Fläche

- Zweidimensionales Element
- Ein **Flächenstück**, begrenzt durch Wires
- Geometrie: eine parametrische Fläche (Ebene, Zylinder, Kugel, Spline, ...)

```
flaechen = zylinder.faces()
for f in flaechen:
    print(f.geom_type) # PLANE oder CYLINDER oder ...
    print(f.area)
```

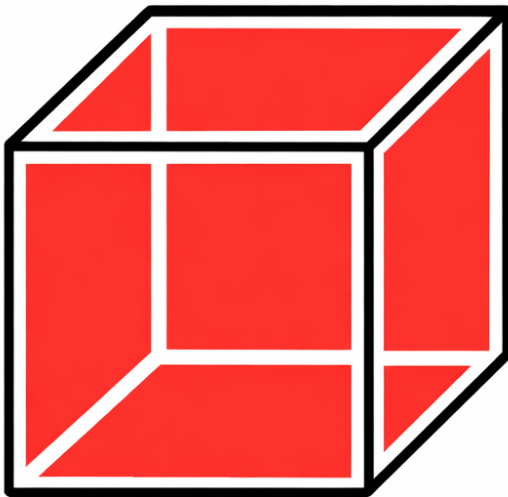


Shell – die Hülle

- Zusammenhängende Menge von Faces (verbunden über gemeinsame Edges)
- Bildet eine **geschlossene oder offene Hülle**

```
shell = zylinder.shells()[0]  
print(len(shell.faces()), "Flächen in der Shell")
```

→ Eine geschlossene Shell begrenzt ein Volumen



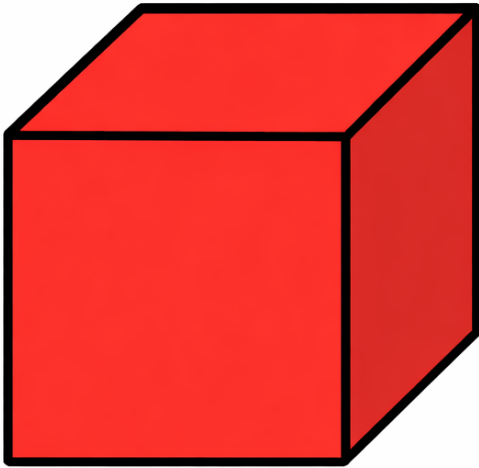
Solid – der Körper

- Dreidimensionales Element
- Ein **Volumenkörper**, begrenzt durch eine (oder mehrere) Shells
- Das Zielobjekt in der parametrischen Konstruktion

```

solid = zylinder.solids()[0]
print(solid.volume) # Volumen in mm³
print(solid.area)   # Oberfläche in mm²

```



Compound – die Sammlung

- Container für **beliebige Objekte** (*Shapes*, auch gemischter Typen)
- Kein geometrisches Konzept, nur Verwaltung
- Part, Sketch, Curve in build123d sind spezialisierte Compounds

```

quader = bd.Box(30, 20, 10)
gruppe = bd.Compound([zylinder, quader])
print(len(gruppe.solids()), "Solids in der Gruppe")

```

Übersicht: Topologie-Hierarchie

Typ	Dimension	Begrenzt durch	Geometrie
Vertex	0D	–	Punkt
Edge	1D	Vertices	Kurve
Wire	1D	Edges	–
Face	2D	Wires	Fläche
Shell	2D	Faces	–
Solid	3D	Shells	–

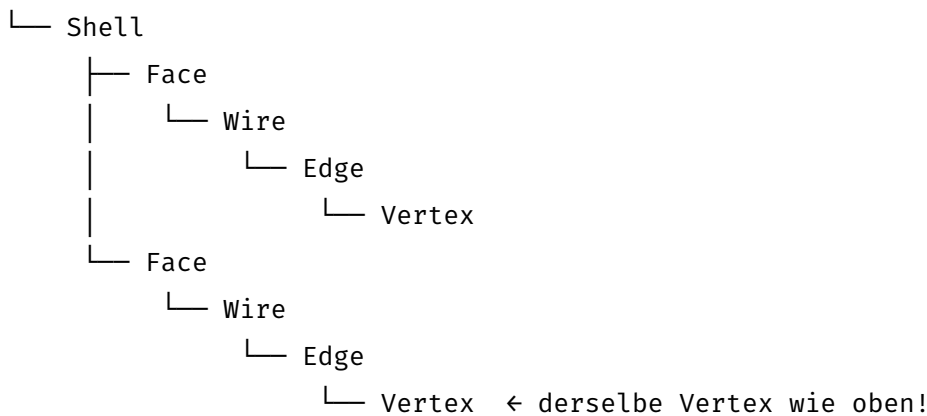
Typ	Dimension	Begrenzt durch	Geometrie
Compound	–	beliebig	–

Hierarchie und Konnektivität

Der Topologie-Graph

Die Elemente bilden eine **hierarchische Struktur** (gerichteter Graph):

Solid



Entscheidend: Teilelemente werden **geteilt**, nicht kopiert.

Konnektivität durch gemeinsame Teilelemente

Zwei Objekte sind **verbunden**, wenn sie ein gemeinsames Begrenzungselement teilen:

- Zwei **Flächen** sind verbunden, wenn sie eine gemeinsame **Kante** haben
- Zwei **Kanten** sind verbunden, wenn sie einen gemeinsamen **Vertex** haben

```

quader = bd.Box(20, 20, 10)

# Welche Flächen teilen eine bestimmte Kante?
kante = quader.edges()[0]
for f in quader.faces():
    if kante in f.edges():
        print("Fläche enthält diese Kante:", f.center())

```

Teilelemente abfragen

```

quader = bd.Box(20, 20, 10)

```

```
# Alle Kanten einer bestimmten Fläche
oberseite = quader.faces().sort_by(bd.Axis.Z).last
print("Kanten der Oberseite:", len(oberseite.edges()))

# Alle Vertices einer bestimmten Kante
kante = oberseite.edges()[0]
print("Vertices der Kante:", len(kante.vertices()))
```

→ Die Topologie erlaubt Navigation **von oben nach unten** durch die Hierarchie

Topologie vs. Anzahl bei komplexeren Körpern

```
# Quader nach boolescher Operation
quader = bd.Box(40, 40, 20)
loch = bd.Cylinder(radius=8, height=20)
ergebnis = quader - loch

print("Faces:   ", len(ergebnis.faces()))    # 7
print("Edges:   ", len(ergebnis.edges()))    # 15
print("Vertices:", len(ergebnis.vertices())) # 10
```

Boolesche Operationen **verändern die Topologie** – neue Elemente entstehen, alte entfallen.

Orientierung

Orientierung: Motivation

Gedankenexperiment: Sechs quadratische Flächen, topologisch zu einer Shell verbunden.

Was entsteht?

- Ein **Würfel** (massiv, Material innen)?
- Eine **würfelförmige Aussparung** (Hohlraum, Material außen)?

Die Topologie ist identisch – 6 Faces, 12 Edges, 8 Vertices, alles verbunden.

→ Wir brauchen eine zusätzliche Information: **in welche Richtung zeigt jede Fläche?**

Orientierung: Normale zeigt nach außen

Die Lösung: Jede Face trägt eine **Richtungsinformation** – den Normalenvektor.

Regel: In einem gültigen Solid zeigt die Normale **immer vom Material weg** (nach außen).

- Würfel: Normalen zeigen nach außen → Material liegt innen
- Hohlraum: Normalen zeigen nach innen → das ist ein anderes Objekt (z.B. nach Boolean-Differenz)

Orientierung: Material liegt links

Dieselbe Logik eine Ebene tiefer: Welche Seite einer Fläche ist „innen“?

Regel: Wenn man **von außen auf eine Face schaut** (entgegen der Normalen), liegt das Material **links** von der Durchlaufrichtung jeder Kante.

- **Outer Wire:** Material liegt links → Fläche ist begrenzt
- **Inner Wire:** läuft entgegengesetzt → Material liegt rechts → Loch

Warum ist Orientierung wichtig?

- **Boolesche Operationen** brauchen korrekte Orientierung (Vereinigung, Differenz, Schnitt)
- **Wasserdichtheit:** Normalen müssen konsistent nach außen zeigen
- **Export:** Falsche Orientierung → ungültige STL- oder STEP-Dateien

```
# build123d prüft automatisch die Orientierung
ergebnis = quader - loch
print(ergebnis.is_valid) # True wenn korrekt
```

→ build123d und OCCT kümmern sich meist automatisch darum – aber das Konzept erklärt, warum manche Operationen fehlschlagen.

B-Rep als Industriestandard

B-Rep – ein Standard

Die Topologie-Konzepte dieser Vorlesung sind **nicht** an eine Software gebunden:

Software	Kernel	Standard
CATIA	CGM (Dassault)	B-Rep
SolidWorks	Parasolid (Siemens)	B-Rep
NX (Unigraphics)	Parasolid (Siemens)	B-Rep
FreeCAD	OCCT	B-Rep
build123d	OCCT	B-Rep

→ Vertex, Edge, Wire, Face, Shell, Solid – **überall dieselben Konzepte**, nur unterschiedliche Syntax.

STEP: der gemeinsame Nenner

ISO 10303 (STEP) ist das universelle Austauschformat für B-Rep-Geometrie.

- Exportiert von CATIA, SolidWorks, NX, FreeCAD, CadQuery, build123d ...
- Speichert exakt **dieselbe topologische Struktur**: Vertices, Edges, Faces, Shells, Solids
- Kein Informationsverlust bei der Topologie

```
import build123d as bd

# Eine STEP-Datei aus CATIA laden:
fremdes_teil = bd.import_step("catia_teil.step")

# Und sofort mit denselben Methoden arbeiten:
print(len(fremdes_teil.faces())) # Flächen zählen
print(len(fremdes_teil.edges())) # Kanten zählen
fremdes_teil.show_topology()     # Struktur anzeigen
```

Kernel-Unterschiede: was variiert?

Das Gleiche (normiert durch B-Rep / ISO 10303): - Hierarchie: Vertex → Edge → Wire → Face → Shell → Solid - Orientierungskonzept (FORWARD / REVERSED) - Boolesche Operationen (Union, Cut, Common)

Das Unterschiedliche (kernel-spezifisch): - Welche Kurven-/Flächentypen unterstützt werden - Toleranzen und Präzisionsstrategie - Interne Datenstrukturen und Algorithmen - API-Syntax
→ Wer B-Rep versteht, kann sich in **jedem** professionellen CAD-System orientieren.

Topologie in build123d

Teilelemente selektieren

Jedes Objekt stellt Selektoren bereit, die ShapeList zurückgeben:

```
part = bd.Box(40, 30, 20) - bd.Cylinder(radius=8, height=20)

part.vertices() # alle Vertices
part.edges()    # alle Kanten
part.wires()    # alle Wires
part.faces()    # alle Flächen
part.solids()   # alle Körper
```

ShapeList ist eine Liste mit Zusatzmethoden zum Filtern und Sortieren.

Selektoren: Sortieren

```
part = bd.Box(40, 30, 20)

# Nach Position entlang einer Achse
oberseite = part.faces().sort_by(bd.Axis.Z).last # höchste Fläche
unterseite = part.faces().sort_by(bd.Axis.Z).first # tiefste Fläche

# Nach Geometrieeigenschaft
groesste = part.faces().sort_by(bd.SortBy.AREA).last
laengste = part.edges().sort_by(bd.SortBy.LENGTH).last

# Gruppieren
gruppen = part.faces().group_by(bd.SortBy.AREA) # Liste von Listen
```

Selektoren: Filtern

```
from build123d import GeomType

part = bd.Box(30, 20, 10) - bd.Cylinder(radius=5, height=10)
```

```
# Nach Achsausrichtung (Kanten parallel, Flächen normal)
part.edges().filter_by(bd.Axis.Z)      # vertikale Kanten
part.faces().filter_by(bd.Axis.Z)     # Ober-/Unterseite

# Nach Geometriety
part.edges().filter_by(GeomType.CIRCLE) # Kreiskanten
part.faces().filter_by(GeomType.PLANE)  # ebene Flächen
part.faces().filter_by(GeomType.CYLINDER) # zylindrische Flächen

# Nach Position (Mittelpunkt der Kante/Fläche)
part.edges().filter_by_position(bd.Axis.Z, 4, 6)
```

Topologische Stabilität nach Operationen

Problem: Nach jeder Operation kann sich die interne Nummerierung der Objekte ändern!

```
part_v1 = bd.Box(40, 30, 20)
# part_v1.faces()[0] ← Index 0 ist eine bestimmte Fläche

part_v2 = bd.fillet(part_v1.edges(), radius=2)
# part_v2.faces()[0] ← Index 0 kann jetzt eine ANDERE Fläche sein!
```

→ Deshalb: immer **semantisch** selektieren (sort_by, filter_by), nie hart auf Index verlassen.

Zusammenfassung

Topologie vs. Geometrie

	Topologie	Geometrie
Beschreibt	Struktur, Verbindungen	Form, Position
Fragt	Was ist womit verbunden?	Wo liegt was?
Beispiel	6 Flächen, 12 Kanten	Fläche liegt bei z=10
Ändert sich bei	Bool. Operationen	Skalierung, Verschiebung

Topologische Hierarchie

Solid → Shell → Face → Wire → Edge → Vertex
 3D 2D 2D 1D 1D 0D

- Elemente werden **geteilt** (nicht kopiert)
- Zwei Objekte sind **verbunden** durch gemeinsame Teilelemente
- Orientierung bestimmt, was „innen“ und „außen“ ist (Loch vs. Material, Hohlraum vs. Solid)

Selektoren in build123d

```
part.faces().sort_by(bd.Axis.Z).last           # höchste Fläche
part.edges().filter_by(bd.GeomType.CIRCLE)    # Kreiskanten
part.faces().group_by(bd.SortBy.AREA)[-1]      # größte Flächen
part.edges().filter_by_position(bd.Axis.Z, 4, 6) # Kanten in Bereich
```

→ **Robuste Selektion** durch semantische Kriterien statt Indizes

B-Rep – ein universelles Konzept

- Vertex, Edge, Face, Shell, Solid: **dieselben Konzepte** in CATIA, SolidWorks, NX, FreeCAD, build123d
- **STEP** (ISO 10303) transportiert diese Struktur zwischen Systemen
- Wer B-Rep-Topologie versteht, kann sich in jedem professionellen CAD-System orientieren
- build123d ist unser Werkzeug – **nicht das Ziel**

Ausblick: Geometrie

In der nächsten Einheit: **Wie wird Form mathematisch beschrieben?**

- Kurven: Linien, Kreise, B-Splines
- Flächen: Ebenen, Zylinder, NURBS-Flächen
- Parameter und Koordinatensysteme
- Wie OCCT Geometrie und Topologie verbindet (B-Rep)